Endogène égale exogène en 2 commandes

François Ollivier (LIX, CNRS & École polytechnique)
Brahim Sadik (Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech)

Un système différentiel $x_i' = f_i(x, u, t)$, où x est le vecteur d'état, u le vecteur de commandes et t le temps, est *paramétrable* s'il existe un paramétrage $x_i = X_i(z_1, \ldots, z_1^{(r)}, \ldots, z_s, \ldots, z_s^{(r)}, t)$, où les z_i sont des fonctions arbitraires et *plat*, s'il existe un tel paramétrage localement bijectif en tout point d'un ouvert dense. La notion de platitude, introduite par Fliess *et al.* [3, 4], s'est avéré un outil fructueux en automatique non linéaire. La notion mathématique remonte aux travaux de Monge [6] et a été étudiée par Cartan [1] et Hilbert [5].

En automatique, le cas paramétrable correspond aux systèmes *linéarisables par bouclage exogène* et le cas plat aux systèmes *linéarisables par bouclage endogène.* Il a été conjecturé que les systèmes paramétrables sont plats, ce qui se résume par l'expression *endogène = exogène.* Nous en proposons une preuve pour des systèmes en 2 commandes. Le cas en une commande a été prouvé par Charlet *et al.* [2] et correspond dans le cas algébrique au théorème plus précis de Lüroth–Ritt, qui lui n'a pas d'équivalent strict en dimension différentielle 2 ([7]).

En outre, il est montré que si un système plat à 2 commandes ne dépend pas du temps, il existe un paramétrage plat qui n'en dépend pas, répondant à une question de Pereira da Silva et Rouchon [8].

Références

[1] É. Cartan, « Sur l'intégration de certains systèmes indéterminés d'équations différentielles », *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, **145**, 86–91, 1915.

[2] B. Charlet, J. Lévine et R. Marino, « On dynamic feedback linearization », *Systems & Control Letters*, **13**, 143–151, North-Holland, 1989.

[3] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin et P. Rouchon, « Flatness and defect of nonlinear systems : introductory theory and applications », *Internat. J. Control*, 61, p. 1327–1887, 1995.

[4] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin et P. Rouchon, « A Lie-Bäcklund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems », *IEEE AC.* 44 :922–937, 1999.

[5] D. Hilbert, « Über den Begriff der Klasse von Differentialgleichungen », *Math. Annalen*, 73, 95–108, 1912.

[6] G. Monge, « Supplément où l'on fait savoir…», *Histoire de l'Académie royale des sciences*, Paris, 502–576, 1787.

[7] F. Ollivier, « Une réponse négative au problème de Lüroth différentiel en dimension 2 », *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 327, Série I. p. 881–886, 1998.

[8] P.S. Pereira da Silva et P. Rouchon, « On time-invariant systems possessing time-dependent flat outputs », actes de *NOLCOS 2004*, Elsevier, 2004.